0–0. Найдите наибольшее натуральное число из попарно различных цифр, в котором любые две цифры взаимно просты.

0–1. Найдите наименьшее натуральное число с суммой цифр 2008.

0–2. В ряд выписаны натуральные числа 1, 2, 3, …, 2007, 2008. За одну операцию можно поменять местами любые два соседних числа, если их сумма меньше 3000. Укажите наибольшее число, которое в результате таких операций может оказаться на первом месте.

0–3. Найдите сумму дробей $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2008\cdot 2009}$.
Ответ дать в виде несократимой дроби.

0–4. Найдите наибольшее возможное значение отношения суммы длин биссектрис треугольника к сумме длин его медиан.

0–5. Вырежьте из произвольного треугольника с единичной площадью три равных многоугольника площади 7/25.

0–6. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC взяты точки E и F такие, что $AE=AC$ и $BF=BC$. Найдите отношение $\frac{EF}{\sqrt{AF\cdot BE}}$.

1–1. На плоскости расположено $n\geq 3$ прямых так, что величина угла между любыми двумя прямыми одна и та же. Чему она может равняться? *Углом между прямыми называется меньший из углов, образованных этими прямыми.*

1–2. На стороне AD параллелограмма $ABCD$ взята точка P так, что $AP:AD = 1:n$. Q – точка пересечения прямых AC и BP. Найдите отношение $AQ:AC$.

1–3. Три подряд идущих месяца содержали ровно по четыре воскресенья каждый. Укажите те месяцы, которые обязательно есть среди них.

1–4. **(решение)** В ряд выложены 4 монеты, среди которых есть как настоящие, весящие по 10г, так и фальшивые, весящие по 9г. Известно, что каждая настоящая монета лежит левее любой фальшивой монеты. Можно ли за одно взвешивание на чашечных весах без гирь определить все настоящие монеты?

1–5. Длины двух сторон треугольника равны a, а длина третьей стороны равна b. Вычислите радиус его описанной окружности.

1–6. Найдите сумму дробей $\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 4\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{98\cdot 99\cdot 100}$.
Ответ дать в виде несократимой дроби.

2–2. Последовательность $\{a_n\}$ задана условиями: $a_1 = 2000$, $a_2 = 8$, $a_{n+2} = \frac{a_{n+1}+1}{a_n}$ для любого натурального n. Найдите a_{2008}.

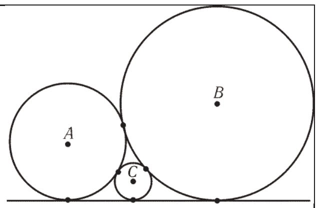
2–3. Найдите какие-нибудь четыре решения ребуса $\overline{ДВА}+\overline{ТРИ}=\overline{ПЯТЬ}$ *(одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры)*.

2–4. Все натуральные делители числа N, отличные от него самого и 1, выписали в строчку. Оказалось, что наибольший из выписанных делителей ровно в 2008 раз больше наименьшего. Найдите N.

2–5. Все натуральные делители числа N, отличные от него самого и 1, выписали в строчку. Оказалось, что наибольший из выписанных делителей ровно в 2009 раз больше наименьшего. Сколько различных значений может принимать число N?

2–6. Два хулигана по очереди вырывают из книги по одному листу. Всего в книге 50 листов, а страницы пронумерованы последовательно от 1 до 100. Тот мальчик, который из некоторых номеров вырванных им страниц сможет получить сумму, равную 100, выигрывает. Но при этом первый может суммировать только нечётные номера, а второй – чётные. Кто выигрывает при правильной игре обоих и какое наименьшее количество ходов будет сделано в этой игре?

3–3. Три окружности с центрами A, B и C, касающиеся друг друга и прямой l, расположены так, как показано на рисунке. Пусть a и b – радиусы окружностей с центрами A и B соответственно. Найдите радиус окружности с центром C.



3–4. В однокруговом турнире на 10 команд в некоторый момент оказалось, что среди любых трёх команд есть команда, сыгравшая с двумя другими. Какое наименьшее количество матчей могло быть сыграно в турнире на данный момент?

3–5. . В колбу посадили одну амёбу. После этого каждую секунду происходит одно из следующих двух превращений: либо несколько амёб из имеющихся делятся на шесть амёб каждая, либо ровно одна из амёб умирает. Через какое минимальное время в колбе может оказаться ровно 2008 амёб? Приведите ответ и пример превращений.

3-6. Пусть $ABCD$ – единичный квадрат, P и Q – такие точки, что Q – центр описанной окружности треугольника BPC, а D – центр описанной окружности треугольника PQA. Найти все возможные значения длины отрезка PQ.

4–4. Сумма трёх трёхзначных чисел равна 2008. Какие значения может принимать сумма трёх новых чисел, получаемых из прежних перестановкой первых и третьих цифр в числах?

4–5. Найдите наименьшее пятизначное число, в котором для любых двух цифр общим натуральным делителем может быть только 1.

4–6. На шахматную доску, первоначально пустую, по очереди ставятся ладьи по следующему правилу: если только что поставленная ладья кого-то бьёт, то одна из побитых ею ладей снимается с доски. Какое наибольшее количество ладей может одновременно оказаться на доске при соблюдении данного правила?

5–5. Оклейте без наложения поверхность куба прямоугольником так, чтобы он закрыл ровно половину каждой грани.

5–6. Найдите количество квадратных трёхчленов вида x^2+ax+b с натуральными коэффициентами, дающими в произведении 2^{2008}, и имеющих действительные корни.

6–6. Банк страны Реалии хочет провести денежную реформу и ввести в обращение два вида монет – 1 реал и барсы 7 различных целочисленных достоинств. При этом все 7 различных барсов в сумме должны давать 1 реал и для каждого достоинства требуется менее 100 монет для набора суммы ровно в 1 реал. Приведите пример такого набора монет.