1. При каких целых n будет сократимой дробь $\dfrac{n^2+2n+4}{n^2+n+3}$?

2. Найдите все правильные дроби с двузначными числителем и знаменателем $\dfrac{\overline{ab}}{\overline{bc}}$, при «сокращении на b» равные дроби $\dfrac{a}{c}$.

3. В чемпионате теннисного клуба с тремя видами кортов (грунтовым, травяным и деревянным) есть правило, согласно которому в очередном матче имеют право встретиться лишь теннисисты, выигравшие последние свои матчи на кортах с разным покрытием, при этом они должны играть на корте с оставшимся третьим видом покрытия. Проигравший матч вылетает из турнира, победивший – продолжает участие. На каком корте состоится финальный матч, если среди 32 заявившихся теннисистов 12 свои последние матчи выиграли на грунтовом покрытии, 11 – на травяном и 9 – на деревянном?

4. В одном кабинете на олимпиаде сидят 30 школьников, причём оказалось, что среди любых трёх школьников есть человек, знакомый с обоими другими (знакомство взаимно). Какую наибольшую по численности группу можно гарантированно выделить так, что в ней любые два школьника знакомы?

5. Найдите сумму целых частей корней первых 100 натуральных чисел $\left[\sqrt{1}\right]+\left[\sqrt{2}\right]+\left[\sqrt{3}\right]+\ldots+\left[\sqrt{99}\right]+\left[\sqrt{100}\right]$.

6. Во вписанном четырёхугольнике биссектриса каждого из углов проходит через центр описанной окружности. Какое наибольшее значение может принимать наибольший угол этого четырёхугольника?

7. Пусть $f(x)=x^2+12x+30$. Решите уравнение $f(f(f(f(f(x)))))=0$.

8. Дана клетчатая сетка (клетки – одинаковые квадратики) на плоскости и остроугольный треугольник с вершинами в узлах сетки. Какие значения может принимать тангенс угла такого треугольника?

9. На всех клетках, кроме центральной, доски 7×7 (с нумерацией столбцов и строк аналогично шахматной доске – a, b, …, g и 1, 2,…, 7 соответственно) с четырьмя вырезанными угловыми квадратами 2×2 расставлены 32 фишки. За один ход фишка может «съесть» фишку на соседней по стороне клетке, перепрыгнув через неё в свободную за ней клетку. На доске после 31 хода осталась одна фишка. На какой клетке она могла оказаться на последнем ходе?

10. На острове рыцарей и лжецов (рыцари всегда говорят правду, а лжецы – лгут) 2007 островитян встали в круг и каждый заявил, что оба его соседа – лжецы. Сколько в кругу рыцарей?

11. При каких значениях a система уравнений $\begin{cases} ax+y=a^2 \\ x+ay=1 \end{cases}$ не имеет решений?

12. На какую наибольшую степень числа 2007 делится число $2007!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot 2007$?

13. В числовом выражении $112296^2–79896^2$ используются 14 знаков. А как записать это число, используя всего 3 знака?

14. Чему равна наибольшая площадь проекции на плоскость прямоугольного параллелепипеда со сторонами a, b, c?

15. Можно ли расположить на поле 10×10 несоприкасающиеся между собой четыре корабля 1×1, три – 1×2, два – 1×3 так, чтобы нельзя было поставить корабль 1×4?

16. Найдите наименьшее десятизначное число из различных цифр, в котором любые три подряд идущие цифры образуют трёхзначное число, делящееся на 3.